筑波大学 集中講義 2025
原子核理論特講 II 「ハンズオンで学ぶ核力の基礎」
— 第一回「核力の概観」 —

福井 徳朗 *†

3 March 2025

概要

「核力の到達距離」、「引力の強さ」、「斥力芯」などを学ぶ。ここでは精密な議論ではなく、実験事実や井戸型ポテンシャルを使った定性的な側面に焦点を合わせる。

目次

* 九州大学基幹教育院

† tokuro.fukui@artsci.kyushu-u.ac.jp

1　原子核の典型的スケール

原子核物理が扱うのはフェムトスケールの物理である。すなわち、フェムトメートル ($\mathrm{fm} = 10^{-15}$ m) が典型的な長さスケールである。量子力学における de Briglie 波長 λ として数 fm のオーダーを考えれば、波数は $2\pi/\lambda$ より数 fm^{-1} となる。また、量子力学が要請する位置と運動量の不確定性原理から、運動量の典型的なスケールとして MeV/c が導かれる。ここで、c は真空中の光速、$\mathrm{MeV} = 10^6$ eV は原子核の典型的なエネルギースケールである[i]。

また、単位換算などでは以下の関係を知っておくと便利である:

$$\text{換算プランク定数と光速の積} : \hbar c = 197.3269804 \text{ MeV fm}, \tag{1}$$

$$1\,\text{原子質量単位} : m_0 c^2 = 931.49410372 \text{ MeV}, \tag{2}$$

$$\text{陽子質量} : m_p c^2 = 938.27208943 \text{ MeV}, \tag{3}$$

$$\text{中性子質量} : m_n c^2 = 939.56542194 \text{ MeV}, \tag{4}$$

$$\text{微細構造定数} : \alpha = \frac{1}{137.035999177}. \tag{5}$$

これらの値は全て Physical Measurement Laboratory, National Institute of Standards and Technology の NIST Standard Reference Database [1] から入手した。なお、換算プランク定数 $\hbar$ はプランク定数 h を使って $\hbar = h/(2\pi)$ で定義され、微細構造定数は Coulomb 相互作用に現れる素電荷の 2 乗を計算する際によく使われる: $e^2 = \alpha\hbar c$. 大雑把な計算では $\hbar c \sim 200$ MeV fm, $m_0c^2 \sim m_pc^2 \sim m_nc^2 \ \sim 1000$ MeV, $e^2 \sim 1.4$ MeV fm などが用いられる。

2　核力の概観

2.1　核力に関する用語の使い分け

強い相互作用、核力、有効相互作用など、核子系に作用する相互作用に関係する専門用語は多い。ここでは私感に基づいて、いくつかの専門用語を分類しておく。

- **力・相互作用**
  力や相互作用と表現するが、その実態はポテンシャルエネルギーのことである。したがって、力の次元を持つのではなく、エネルギーの次元を持つ。自然単位系 ($\hbar = c = 1$) を採用した場合、ポテンシャルはエネルギーの次元ではなくなるが、$\hbar c$ の冪を適切にかけることで、実験値との比較可能なエネルギーの次元が復元できる。

[i] メガエレクトロンボルトよりもメブあるいはエムイーヴィーと発音することが多い。

- **強い相互作用**

  狭義には、量子色力学によって記述されるクォーク間の相互作用を指し、ハドロンを形成する力のことである。一方で広い意味で強い相互作用という表現を使うこともあり、それは一般のハドロン間相互作用を指す。この場合、核子間相互作用だけでなく、重いクォークを含むハイペロンや他のバリオン間相互作用をも意味することがある。

- **核力**

  狭義には、真空中の 2 つの核子間にはたらく相互作用を指す。単に核力といえば、通常はこの意味で用いる。裸の核力や生の核力などと呼ばれることもある。広義には、真空中の複数の核子間に作用する相互作用 (多体力あるいは多体核力) も総じて核力と呼ぶことがある。

- **現実的核力**

  真空中の核力のうち、2 核子系の実験観測量を精密に記述するもの。より具体的には、実験による散乱位相差 (散乱エネルギーとスピン・角運動量などにより、合計で数千個程度のデータ) と複数のパラメータを含む理論計算を比較したとき、パラメータの最適化により、データあたりの χ^2 が 1 程度 ($\chi^2/\mathrm{datum} \sim 1$) となるような核力を指す。

- **有効相互作用**

  多核子系の性質を記述するための媒質中における核子間相互作用を指す。上記の現実的核力も、クォーク自由度から見れば「有効相互作用」に違いないが、原子核物理の分野では、「核力」と「有効相互作用」は明確に区別されている。

2.2　実験事実に基づいた核力の性質

文献 [2] に倣い、実験事実から帰納される核力のおおまかな性質を以下に挙げておこう。

1. **短距離性**

   核力は短距離力であり、その到達距離は原子核の大きさ (数 fm から数 10 fm) よりも短い。中間子の交換で核力を表現する中間子論[ii]に基づき、最も軽い中間子である π 中間子の交換を考えると、到達距離は 1–2 fm 程度と見積もることができる。短距離性に関する詳細は第 3 節で詳しく見る。

2. **中間レンジでの引力**

   核力が引力成分を持つことは、核子系が束縛状態をつくることから明らかだろう。その引力が主に中間レンジでもたらされているということは、重い原子核の中心密度が通常核密度 ($\sim 0.17\ \mathrm{fm}^{-3}$)[iii]程度であることや、散乱位相差 (図 2) から推察される。

[ii] 中間子論の詳細は第 4 回および第 5 回の講義で扱う。

[iii] 核密度や核物質についてはレポート問題で簡単に紹介する。

なお、文献 [3] で武谷らは、中間子論に基づき、核力をその到達距離に応じて 3 つの領域に分けることを提案している。

- 領域 I: 最も遠距離での核力で、1 つの π 中間子交換で記述できる領域。ポテンシャルは弱い引力を示す。
- 領域 II: 領域 I よりも内側にある中間レンジでの核力で、複数 π 中間子交換や、より重い中間子の交換で記述できる領域。ポテンシャルの引力の主な成分はこの領域でもたらされる。
- 領域 III: 領域 II よりもさらに内側にある短距離での核力で、強い斥力芯を持つ。クォークの自由度が影響しうる領域であり、そこでは中間子の交換で核力を記述することが適切とは限らない。

3. **斥力芯**

   核物質の飽和性 (1 核子あたりの結合エネルギーが通常核密度で極小となる性質) に寄与する、短距離での強い斥力を斥力芯と呼び、散乱位相差 (図 2) からもその存在が推察される。しかし、第 5 節で言及するように、飽和性のすべてが斥力芯に起因するわけではない。

4. **テンソル力**

   重陽子は陽子と中性子の束縛状態として記述されるが、陽子–中性子間の軌道角運動量が 0 の状態 (S 波状態) だけでなく、これが 2 の状態 (D 波状態) も存在する。この D 波状態は非中心力であるテンソル力によってもたらされる。重陽子に D 波成分が存在すると、電気四重極モーメントや磁気双極子モーメントが有限となるが、これが実験的に確かめられている。また、座標空間における陽子–中性子間の相対波動関数の漸近領域において、S 波成分と D 波成分の振幅の比も実験から見積もることができる。詳しくは第三回の講義やレポート問題を通して学ぶ。

5. **スピン軌道力**

   非中心力であるスピン軌道力も核力の重要な側面である。これは 2 核子の P 波散乱位相差で顕著に見える [2]。P 波とは 2 核子の相対軌道角運動量 L が 1 の状態である。2 核子の合成スピン S が三重項の状態 ($S = 1$) で P 波 ($L = 1$) で散乱するとき、全スピンは $J = 0, 1, 2$ の三通りが許される。それらの状態をそれぞれ、分光学的表現 ${}^{2S+1}L_J$ を用いて、${}^3P_0$, ${}^3P_1$, ${}^3P_2$ と表す。これらの散乱位相差の計算値は、核力のスピン軌道力を考慮してはじめて実験事実と整合する。

文献 [2] では上記と並列には扱われていないが、核力の重要な性質をもう一点加えておく。

6. **顕著な多体力**

   3 核子系の精密な散乱実験および厳密計算により、2 体核力のみでは、3 核子系の束縛状態および散乱状態を説明できないことがわかっている。また、核子多体系になると、3 体核力の効果

が顕著に見える。

3 核力の到達距離

3.1 結合エネルギーの飽和性と核力の短距離性

核力は短距離力である。つまり、核力の到達距離は短い。まずはこのことを実験事実から示そう。話を単純化するため、核子数 A の原子核の結合エネルギー E は系を構成する 2 核子間の相互作用 (2 体核力) のみで決定されると仮定する。また、原子核中で核子は一様に分布しているものとし、A は十分大きいと近似しよう。このような条件の下、2 体核力が短距離力あるいは長距離力の場合をそれぞれ仮定したときの E を考えてみて、実験事実と整合するのは短距離力の場合であることを示そう。

2 体核力が短距離力であれば、1 つの核子は近くの α 個の核子としか相互作用しない。このとき、$E \propto \alpha A/2$ であることが予想される (α 個の核子と 2 体核力で相互作用する核子が A 個存在することを表し、重複を避けるために因子 1/2 をかけている)。したがって、$E/A \propto \mathrm{const.}$, すなわち 1 核子あたりの結合エネルギーは核子数に依存しないことが期待される。

一方、もし 2 体核力が長距離力であれば、原子核を構成するそれぞれの核子は他の全ての核子と相互作用する。このとき A 個の核子から 2 個を取り出す組合せの数 $\binom{A}{2} = A(A-1)/2 \approx A^2$ から、$E/A \propto A$, すなわち 1 核子あたりの結合エネルギーは核子数 A に比例することが期待される。

結合エネルギー E は質量欠損 Δm を用いて以下で計算できる:

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m(Z,N), \tag{6}$$

$$E(Z,N) = \Delta mc^2. \tag{7}$$

ここで Z と N はそれぞれ陽子数と中性子数であり、m_p と m_n は陽子と中性子の質量をそれぞれ表す。Z と N を定めた 1 つの原子核の質量が $m(Z,N)$ である。したがって、原子核の質量の実験値を用いることで結合エネルギーを計算できる。

図 1 に E/A の実験値を示す。上記の議論から、E/A の振る舞いは核力の短距離性を示唆する。

3.2 中間子論に基づく考察

核力が短距離力であることがわかったが、もう少し詳細に核力の到達距離を見積もってみよう。中間子論では、核子が 1 個あるいは複数個の中間子を別の核子と交換するという描像に基づいて相互作用を記述する。2 つの核子が 1 つの中間子を交換する場合を考え、その中間子が移動する距離から相互作用の到達距離を見積もることにしよう。1 つの核子が質量 m_{M} の中間子を放出あるいは吸収するとき、$\Delta E \sim m_{\mathrm{M}}c^2$ 程度のエネルギー変化が生じる。エネルギーと時間の不確定性関係から、このエネルギー変化に要する時間は $\Delta t \sim \hbar/(m_{\mathrm{M}}c^2)$ であり、中間子が移動する距離は長くても

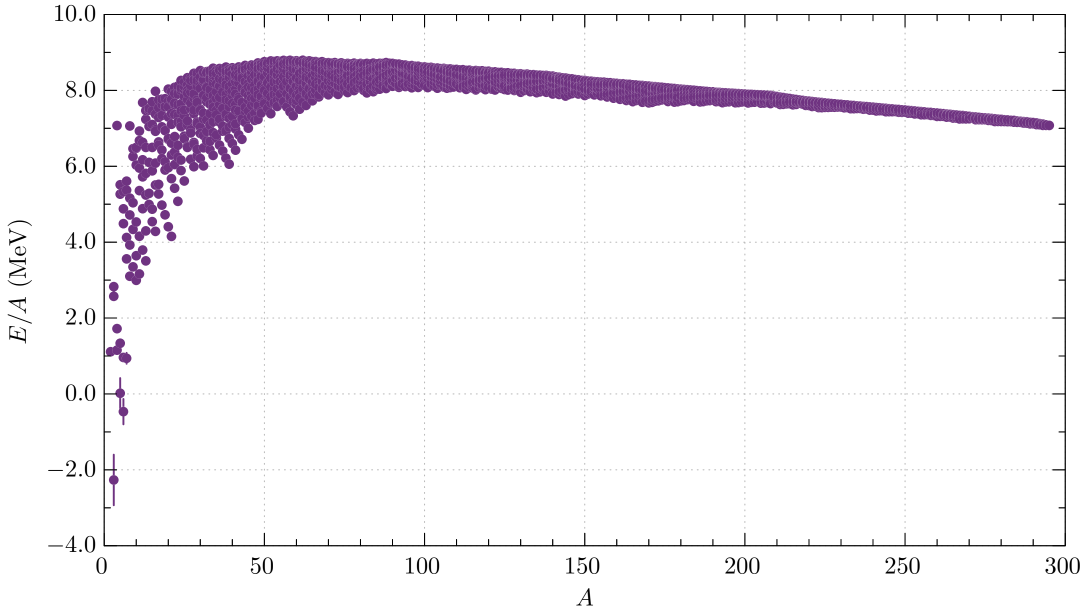

図 1　質量数 A の関数として表した核子あたりの結合エネルギー E/A の実験値 [4]. ここでは Z や N は指定していないため、同位体や同重体は区別していない。

$\Delta tc \sim \hbar/(m_{\mathrm{M}}c)$ 程度である。

最も軽い中間子は π 中間子であり、その質量はおよそ 140 MeV である。上記の計算で $m_{\mathrm{M}}c^2 \sim$ 140 MeV を代入すると、Δtc はおよそ 1.4 fm であることがわかる。これは π 中間子の Compton 波長に等しく、核力の到達距離のおおまかな見積もりを与えるものである。

なお、歴史的には論理が逆で、1935 年に発表された湯川の中間子論 [5] では、原子核の大きさから中間子の質量を予言している。原子核の大きさは当時既に知られていたため、その事実から質量が 100 MeV 程度の粒子が核子間で交換されていることを湯川は提案した。その質量が電子と陽子の質量の中間であったことが中間子という名前の由来である。

4　引力の強さ

4.1　重陽子の弱束縛性

核力は引力と斥力の両方の性質を持っている。しかし、正の電荷を持つ陽子が複数存在する原子核では、陽子間の Coulomb 斥力に打ち勝つだけの引力が核力によってもたらされているはずであり、原子核全体には核力は引力として働いていると考えられる。ここではまずこの核力の引力について、重陽子を使って理解してみよう。そのために、重陽子の弱束縛性について簡単に触れておく。

重陽子は 1 つの陽子と 1 つの中性子が束縛した原子核であり、2 核子系唯一の束縛状態である。最

もエネルギーの低い基底状態は、素朴には 2 核子間の相対軌道角運動量が 0 である状態 (S 波状態) だと思われる。この場合、次元解析から束縛エネルギーは

$$E = \frac{\hbar^2}{2\mu a^2}, \tag{8}$$

で与えられる (導出は例えば文献 [6] を参照)。ここで μ は陽子–中性子系の換算質量、a は系を特徴付ける典型的な長さパラメータである。もし a が核力の到達距離程度として、$a \sim 1$ fm を式 (8) に代入すると、束縛エネルギーは 40 MeV 程度と見積もることができる。しかし、現実の重陽子の束縛エネルギーは約 2 MeV であり、典型的なエネルギースケールよりも 1 桁小さい。その意味で重陽子は弱束縛系である。

なお、より現実的な a の値には、核力の到達距離ではなく、スピン三重項アイソスピン一重項の S 波散乱長 $a = 5.4112$ fm [7] を用いるのが適切である。このとき、式 (8) で計算した束縛エネルギーは実験値とオーダーで一致する。

4.2 井戸型ポテンシャル中での重陽子

3 次元の球対称な井戸型ポテンシャルを仮定して重陽子が満たす Schrödinger 方程式を解くことで、核力の引力の強さを見積もってみよう。これには数値計算を駆使する。2 核子間の相対距離を r としたとき、ポテンシャル V は

$$v(r) = \begin{cases} -v_0 & (r \leq r_0), \\ 0 & (r > r_0), \end{cases} \tag{9}$$

で与えられる。ここで $v_0 > 0$ はポテンシャルの深さ、r_0 はポテンシャルの半径である。

Exercise 4.1 —【ハンズオン】重陽子を井戸型ポテンシャルで解こう—

1. 陽子–中性子系の質量およびポテンシャルのパラメータ (v_0 および r_0) を与えたときの束縛問題を解こう (付録 A 参照)。エネルギー固有値および波動関数を求め、波動関数を r の関数として可視化しよう。また、r_0 としてどのような値が妥当か考察しよう。配布するサンプルプログラムを実行してみよう。
2. 重陽子の束縛エネルギーの実験値を調べ、それを再現するポテンシャルのパラメータを探そう。これには前述の NNDC の ENSDF [8] というサービスが便利である。なお、重陽子の性質を調べるには、ENSDF の検索ウィンドウに `2H` と入力するとよい。

Exercise 4.1 で得られた v_0 は重陽子の束縛エネルギーよりも 1 桁大きいはずである。このことを玉垣良三は、文献 [9] で「『核力は強いがその結合力は弱い』のが核力の特徴である」と表現している。

5 斥力芯

5.1 斥力芯と飽和性

原子核には飽和性という基本的性質がある。すなわち、1 核子あたりの結合エネルギーを原子核の密度の関数で表したとき、ある密度で結合エネルギーが極小となることである。飽和性は端的には、高密度で原子核が潰れないという、原子核の液滴としての性質を反映している。そこから素朴には、核力は、2 核子が極近距離で相互作用する領域で斥力となることが予想される。なぜなら、短距離力である核力が引力成分のみを持つとしたら、原子核が潰れてしまうからである。このような極近距離での斥力を核力の斥力芯と呼ぶ。

しかし、ここで強調しておかなければならないのは、飽和性に斥力芯が寄与していることは事実であるものの、飽和性の全てが斥力芯で説明できるわけではなく、むしろその寄与は限定的であるという事実である。Bethe が示した様に [10]、飽和性にはまず核力のうちテンソル力が、次に核力の交換性が、そして斥力芯がその次の効果として寄与していることが知られている。

5.2 散乱位相差と斥力芯

核力が斥力成分を持つことは散乱位相差のエネルギー依存性に現れている。陽子–陽子の S 波の散乱位相差に注目すると、これは低エネルギーでは正の値である一方、高エネルギーでは負の値となる (図 2 参照)。負の位相差は斥力ポテンシャルに対応するので、この事実は核力が斥力芯を持つことを示唆している。より正確には、位相差が負であることは斥力芯の存在の必要十分条件ではない。この帰結は S 波のみならず、D 波の散乱位相差との比較に依拠している。図 2 が示すように、陽子–陽子の S 波位相差が負になる領域において、D 波位相差は正である。D 波は 2 核子間の相対軌道各運動が 2 の散乱状態であり、遠心力障壁を感じるために、素朴には、2 核子は比較的近距離に到達しづらいと考えられる。一方、S 波の 2 核子は遠心力障壁を感じないため、比較的近距離でポテンシャルの斥力を感じると期待される。以上より、斥力芯の存在が示唆される。

では、文献 [2] で議論されているように、現実的な散乱位相差のデータを使って斥力芯の半径を大雑把に見積もってみよう。重心系の波数 k は実験室系のエネルギー $T_{\rm lab}$ と $T_{\rm lab} = 2(\hbar k)^2/m_{\rm N}$ という関係にある。ただし $m_{\rm N}$ は核子の質量である。したがって、${}^1S_0$ チャネルの位相差が負になるエネルギーを $T_{\rm lab} \sim 250$ MeV と見積もると、これに対応する波数として $k \sim 1.7\ {\rm fm}^{-1}$ を得る。さて、波数 k を持つ核子がポテンシャルの到達距離 r_0 の範囲内で持ちうる最大の軌道角運動量は、古典極限では $L_{\rm max} \approx kr_0$ 程度である。今は S 波における散乱に注目しているので、$L_{\rm max} \lesssim 1$ とすると、$r_0 \sim 0.6$ fm を得る。これが大雑把に見積もった斥力芯の半径である。

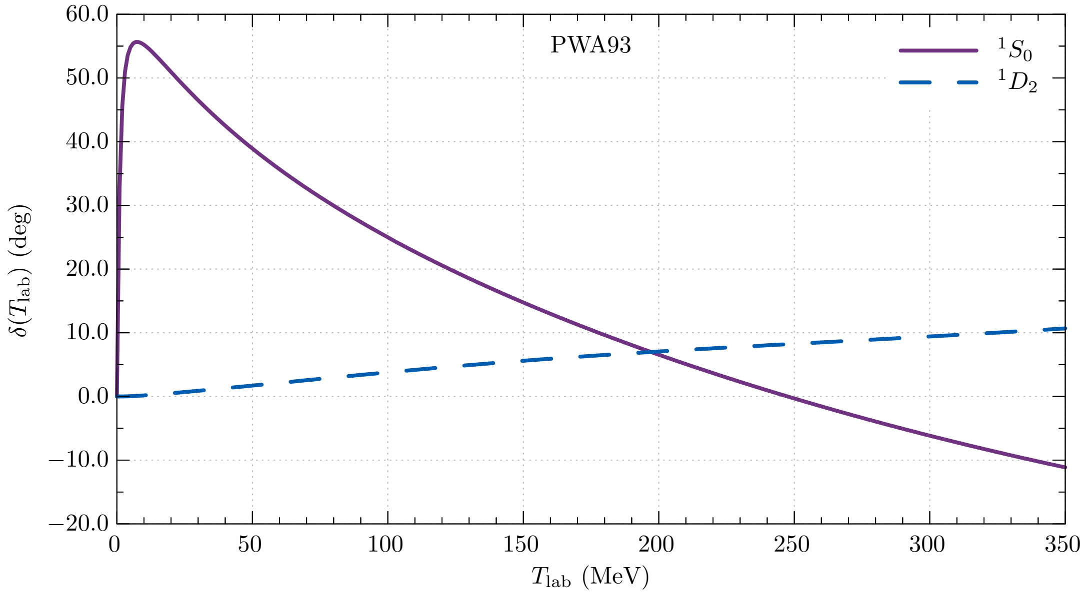

図 2　NN-OnLine から入手した陽子–陽子散乱の S 波位相差 (実線) と D 波散乱位相差 (破線) を実験室系の入射エネルギー $T_{\rm lab}$ の関数として描画した。部分波解析 (partial-wave analysis; PWA) に基づいて導出されている [11].

ちょっと踏み込んだ話 5.1 —斥力芯の起源—

斥力芯の起源は核子を構成するクォーク間に働く Pauli 原理である。しかし、この起源は長らく大きな謎であった。

斥力芯は 1951 に Jastrow によって提唱された [12]。その起源をめぐっては、南部による ω 中間子による説明や [13]、核子の内部自由度の寄与が議論された (大槻–玉垣–安野 [14], 町田–並木 [15], あるいは Neudatchin–玉垣–Smirnov [16])。

その後、岡–矢崎によるクォーククラスター模型に基づく計算によって、斥力芯がクォーク交換に起因することが示された [17]。そして 21 世紀に入り、石井–初田–青木によって斥力芯の起源がクォーク間の Pauli 原理であると解明された [18]: 格子量子色力学計算による、核力の第一原理的記述である。

付録 A　3 次元井戸型ポテンシャル: ミニマム

3 次元井戸型ポテンシャル中での束縛問題について簡潔にまとめる。導出など詳細は量子力学の一般的な教科書 (例えば文献 [19, 20]) を参照されたい。

Schrödinger 方程式およびポテンシャル V は以下で与えられる:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2}+v(r)-E\right]\phi_0(r)=0, \tag{A.1}$$

$$v(r)=\begin{cases}-v_0 & (r\le r_0),\\ 0 & (r>r_0).\end{cases} \tag{A.2}$$

ただし、相対軌道角運動量はゼロとし、2 体系の換算質量を μ, エネルギー固有値を $E<0$ とする。

- **束縛状態の数** N

$$\frac{\pi^2\hbar^2}{8\mu}(2N-1)^2<v_0r_0^2\le\frac{\pi^2\hbar^2}{8\mu}(2N+1)^2. \tag{A.3}$$

- **波動関数**

$$\phi_0(r)=\begin{cases}A_0\dfrac{\sin(kr)}{kr} & (r\le r_0),\\ -B_0\dfrac{e^{-\kappa r}}{\kappa r} & (r>r_0),\end{cases} \tag{A.4}$$

$$k=\frac{\sqrt{2\mu(v_0+E)}}{\hbar},\qquad \kappa=\frac{\sqrt{2\mu\,|E|}}{\hbar}, \tag{A.5}$$

$$A_0=\sqrt{\frac{2k^2\kappa}{1+\kappa r_0}},\qquad B_0=-\frac{\kappa}{k}e^{\kappa r_0}\sin(kr_0)A_0. \tag{A.6}$$

- k **と** κ **が満たす関係式**

$$(kr_0)^2+(\kappa r_0)^2=\frac{2\mu v_0r_0^2}{\hbar^2}. \tag{A.7}$$

- **接続条件**

$$\kappa=-k\cot(kr_0). \tag{A.8}$$

- **固有状態**

  式 (A.7) と式 (A.8) を同時に満たす k を求める。すなわち、式 (A.8) と等価な $\kappa r_0=-kr_0\cot(kr_0)$ を kr_0 の関数としてプロットしたとき、これと円の方程式 (A.7) との交点から k を求める。

  k が求まると、式 (A.5) より、$E=(\hbar k)^2/(2\mu)-v_0$ から固有エネルギーが求まる。

参考文献

[1] Physical Measurement Laboratory, National Institute of Standards and Technology, NIST Standard Reference Database, https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html.

[2] R. Machleidt, *The Meson Theory of Nuclear Forces and Nuclear Structure* (Springer US, Boston, MA, 1989), pp. 189–376.

[3] M. Taketani, S. Nakamura, and M. Sasaki, Prog. Theor. Phys. **6**, 581 (1951), https://academic.oup.com/ptp/article-pdf/6/4/581/5419152/6-4-581.pdf.

[4] National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory, Advanced Cross-Variable Plot, https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/advancedplot/.

[5] H. Yukawa, Proc. Phys. Math. Soc. Jpn. **17**, 48 (1935).

[6] 遠藤晋平, 原子核研究 **64**, 90 (2019).

[7] R. W. Hackenburg, Phys. Rev. C **73**, 044002 (2006).

[8] National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory, ENSDF, https://www.nndc.bnl.gov/ensdf/.

[9] 玉垣良三, 大学院原子核物理 (講談社サイエンティフィク, 1996), pp. 117–181, 4.9 核物質の凝縮相と核力.

[10] H. A. Bethe, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **21**, 93 (1971).

[11] V. G. J. Stoks, R. A. M. Klomp, M. C. M. Rentmeester, and J. J. de Swart, Phys. Rev. C **48**, 792 (1993).

[12] R. Jastrow, Phys. Rev. **81**, 165 (1951).

[13] Y. Nambu, Phys. Rev. **106**, 1366 (1957).

[14] S. Otsuki, R. Tamagaki, and M. Yasuno, Prog. Theor. Phys. Suppl. **E65**, 578 (1965).

[15] S. Machida and M. Namiki, Prog. Theor. Phys. **33**, 125 (1965).

[16] V. G. Neudatchin, Y. F. Smirnov, and R. Tamagaki, Progress of Theoretical Physics **58**, 1072 (1977).

[17] M. Oka and K. Yazaki, Phys. Lett. B **90**, 41 (1980).

[18] N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda, Phys. Rev. Lett. **99**, 022001 (2007).

[19] 猪木慶治, 川合光, 量子力学 *I* (講談社, 1994).

[20] 猪木慶治, 川合光, 基礎量子力学 (講談社, 2007).